

Diethard Thieme
Skripte zur Baumechanik

Übungen
mit
Lösungen
BM 48

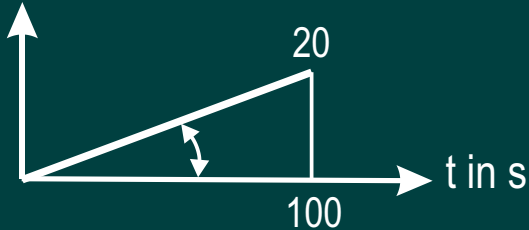
Aufgabe 1

Ein Fahrzeug braucht 100 s, bis es eine Geschwindigkeit von 20 m/s erreicht hat. Der Anstieg der Geschwindigkeit erfolgt linear.

Anfangswerte: $s_0 = 0$, $v_0 = 0$.

Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme $a(t)$, $v(t)$ und $s(t)$. Die Lösung steht auf der nächsten Seite.

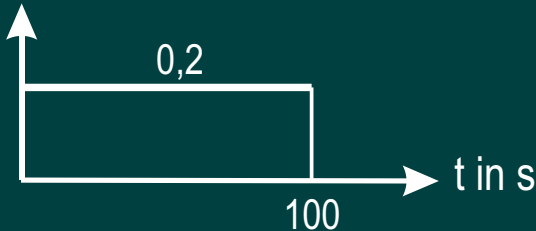
v in m/s



Lösung für Aufgabe 1

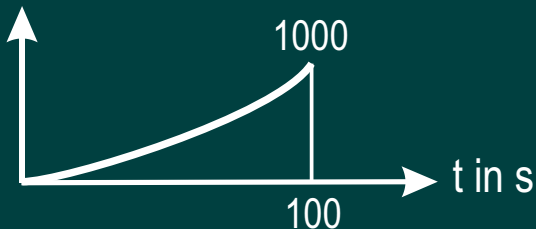
$$v = c t = (\tan \quad) t = \frac{20}{100} t = 0,2 t$$

a in m/s²



$$a = \frac{dv}{dt} = 0,2$$

s in m



$$s = \int v dt = \int 0,2 t dt = 0,1 t^2 + C$$

Bei t = 0 ist s = 0 daraus C = 0

$$s = 0,1 t^2$$

$$s(t = 100) = 1000$$

Aufgabe 2

Vor dem Befahren einer Kurve mäßigt ein Fahrzeug seine Geschwindigkeit von 22 m/s auf 16 m/s linear in einer Zeit von 20 s ab.

Anfangswert: $s_0 = 0$ am Beginn des Bremsvorganges.

Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme $a(t)$, $v(t)$ und $s(t)$.

Die Lösung steht auf der nächsten Seite.

Lösung für Aufgabe 2

$$v = c t + d$$

Bei $t = 0$ ist $v = 22$ daraus $d = 22$

Bei $t = 20$ ist $v = 16$ daraus $c = -0,3$

$$v = -0,3 t + 22$$

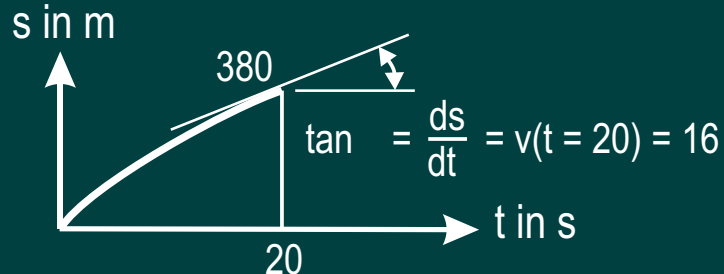
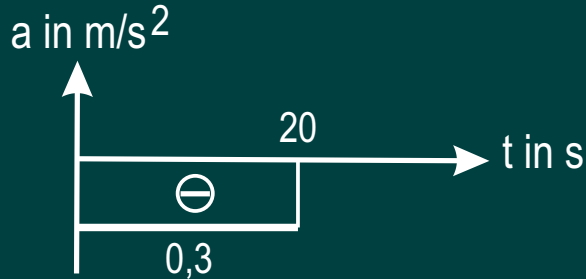
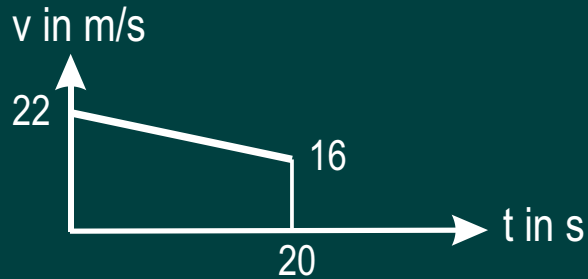
$$a = \frac{dv}{dt} = -0,3$$

$$s = \int v dt = -0,15 t^2 + 22 t + C$$

Bei $t = 0$ ist $s = 0$ daraus $C = 0$

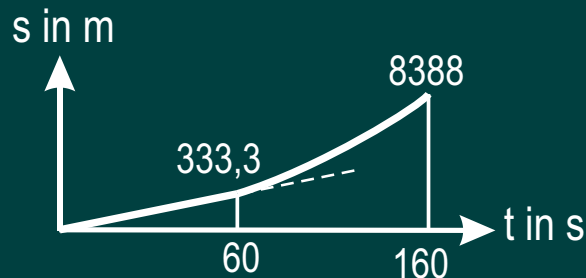
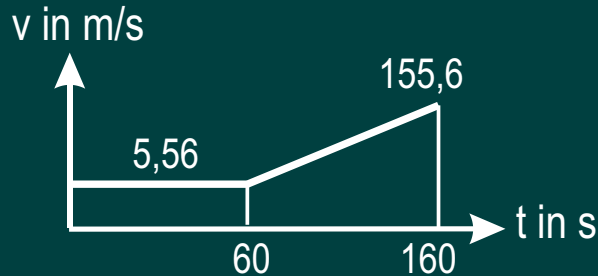
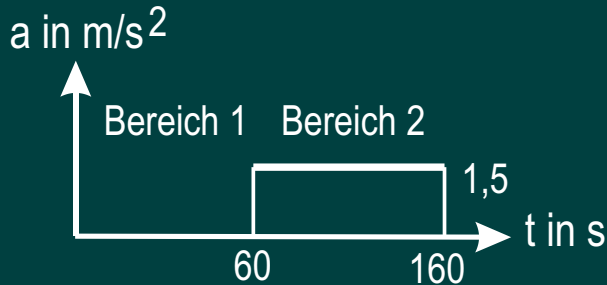
$$s = -0,15 t^2 + 22 t$$

$$s(t = 20) = 380$$



Aufgabe 3

Ein Fahrzeug fährt eine Minute mit einer konstanten Geschwindigkeit von 20 km/h. Nach dieser Zeit wird das Fahrzeug 100 s lang konstant beschleunigt mit $a = 1,5 \text{ m/s}^2$.
Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme $a(t)$, $v(t)$ und $s(t)$.
Die Lösung steht auf der nächsten Seite.



Lösung für Aufgabe 3

Jeder Bereich beginnt mit $t = 0$.

Bereich 1: $a = 0$

Bereich 2: $a = 1,5$

Bereich 1: $v = 20 \text{ km/h} = 5,56 \text{ m/s}$

Bereich 2: $v = \int a \, dt = \int 1,5 \, dt = 1,5 t + C$

Bei $t = 0$ ist $v = 5,56$ daraus $C = 5,56$

$v = 1,5 t + 5,56$ daraus $v(t = 100) = 155,6$

Bereich 1: $s = \int v \, dt = \int 5,56 \, dt = 5,56 t + C$

Bei $t = 0$ ist $s = 0$ daraus $C = 0$

$s = 5,56 t$ daraus $s(t = 60) = 333,3$

Bereich 2: $s = \int v \, dt = 0,75 t^2 + 5,56 t + C$

Bei $t = 0$ ist $s = 333,3$ daraus $C = 333,3$

$s = 0,75 t^2 + 5,56 t + 333,3$ daraus $s(t = 100) = 8388$

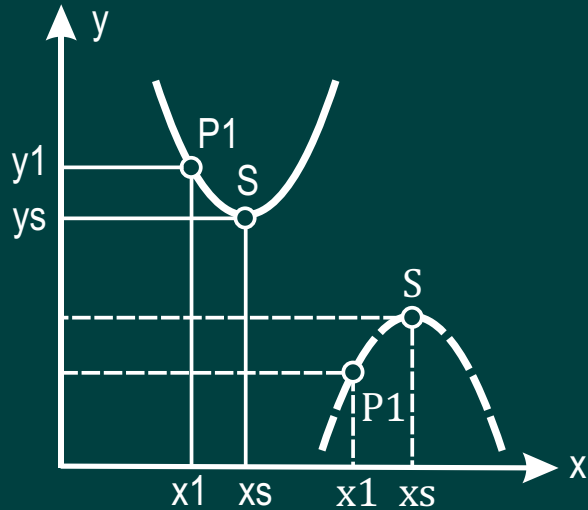
Aufgabe 4

Die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs wird im Verlauf von 3 Minuten parabolisch von 20 km/h auf $v = 0$ abgemindert.

Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme $a(t)$, $v(t)$ und $s(t)$.

Der Scheitel der Parabel im v -Diagramm liegt am Beginn des Bremsweges.

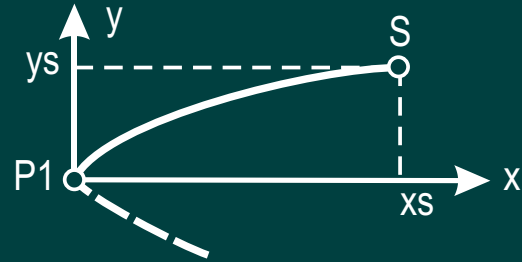
Die Lösung steht auf den nächsten beiden Seiten.



Allgemeine Formel der Parabel

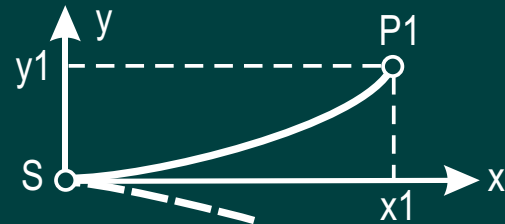
$$\begin{aligned}
 y &= x^2 + x + \\
 &= \frac{y_1 - y_s}{(x_1 - x_s)^2} \\
 &= -2 x_s \\
 &= y_s + x_s^2
 \end{aligned}$$

Koordinaten von
"S" und "P1"
mit Vorzeichen
einsetzen



Sonderfall 1: $x_1 = y_1 = 0$

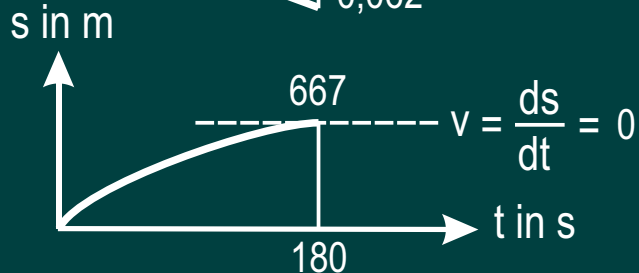
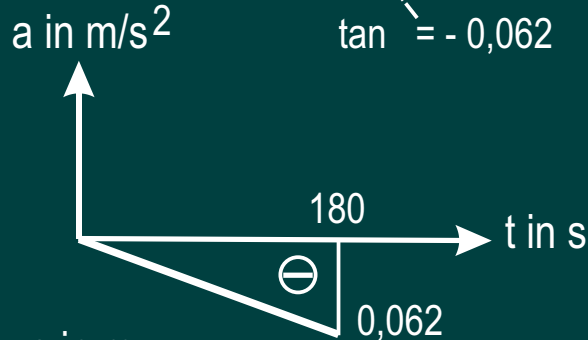
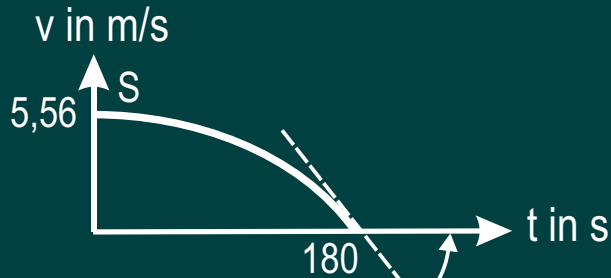
$$y = -\frac{y_s}{x_s^2} x^2 + 2 \frac{y_s}{x_s} x$$



Sonderfall 2: $x_s = y_s = 0$

$$y = \frac{y_1}{x_1^2} x^2$$

Lösung für Aufgabe 4



$$v(t = 0) = 20 \text{ km/h} = 5,56 \text{ m/s}$$

Nach der allgemeinen Formel für die Parabel

$$x_s = 0 \quad y_s = 5,56 \quad x_1 = 180 \quad y_1 = 0$$

$$v = -0,000171 x^2 + 5,56$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0,000342 t$$

Für $t = 180$ daraus $a = -0,062$

$$s = \int v dt = -0,000057 t^3 + 5,56 t + C$$

Bei $t = 0$ ist $s = 0$ daraus $C = 0$

$$s = -0,000057 t^3 + 5,56 t$$

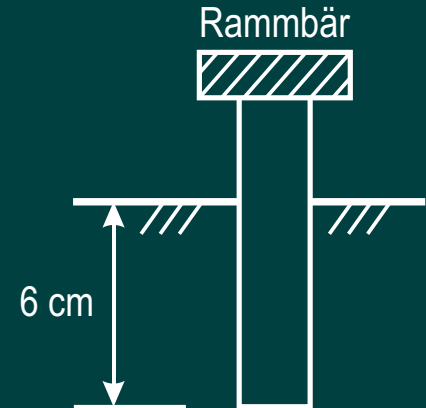
$$s(t = 180) = 667$$

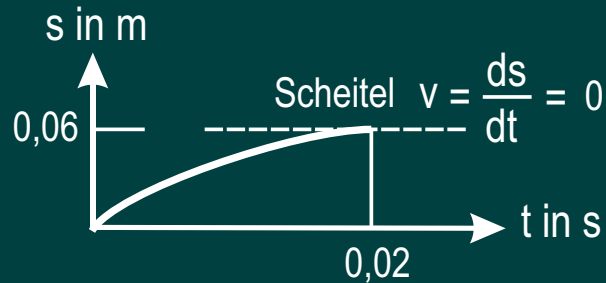
Aufgabe 5

Ein Rammbar bewegt sich nach dem Aufschlag auf den Pfahl zusammen mit ihm noch 0,02 s lang, wobei der Pfahl 6 cm in die Erde rutscht.

Es ist die Anfangsgeschwindigkeit der Pfahlbewegung zu bestimmen, wenn eine gleichförmige (konstante) Verzögerung angenommen wird.

Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme $a(t)$, $v(t)$ und $s(t)$. Die Lösung steht auf der nächsten Seite.



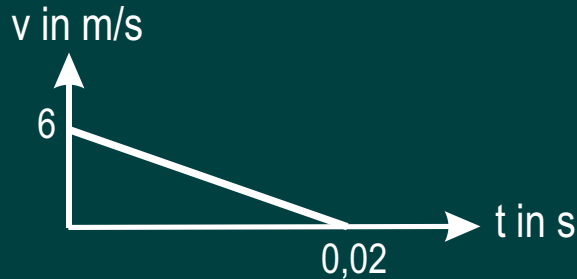


Lösung für Aufgabe 5

Nach der allgemeinen Formel für die Parabel
Sonderfall 1 : $x_1 = y_1 = 0$ (siehe Aufgabe 4)

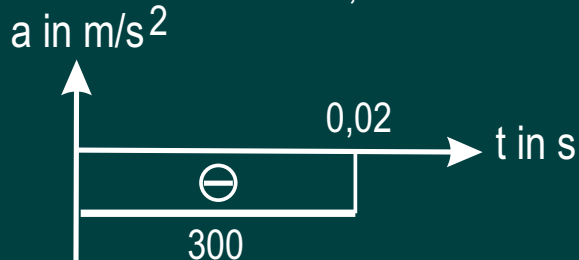
$$s = - \frac{0,06}{0,02^2} t^2 + 2 \frac{0,06}{0,02} t$$

$$s = - 150 t^2 + 6 t$$



$$v = \frac{ds}{dt} = - 300 t + 6$$

$v(t = 0) = 6$ Anfangsgeschwindigkeit



$$a = \frac{dv}{dt} = - 300$$

Aufgabe 6

Ein Körper rutscht aus der Ruhelage auf einer schiefen Ebene herunter.

Gesucht sind die

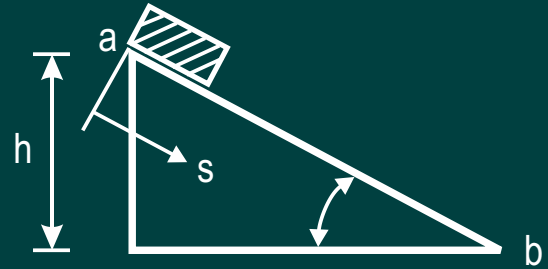
Bewegungsgleichungen und die
Bewegungsdiagramme $a_n(t)$,

$a_t(t)$, $v(t)$, $s(t)$ und die

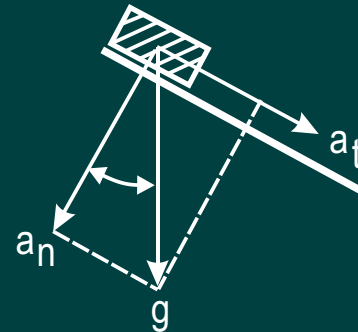
Endgeschwindigkeit im Punkt "b".

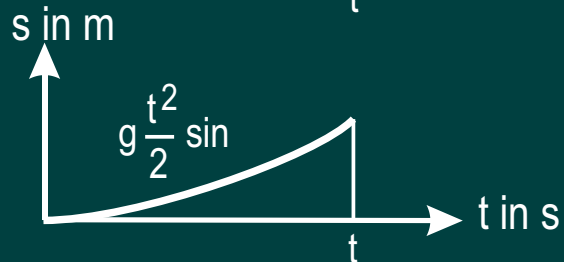
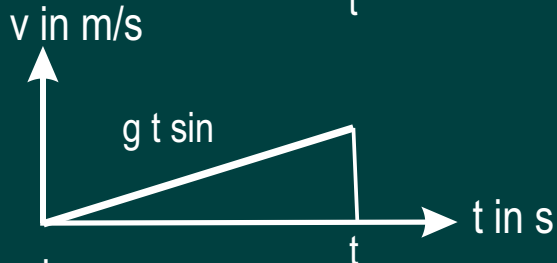
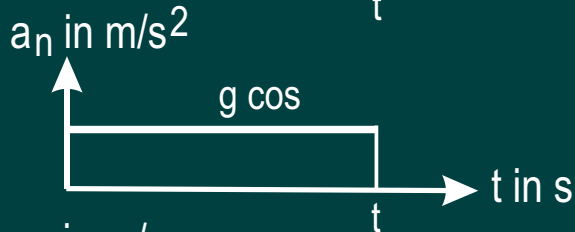
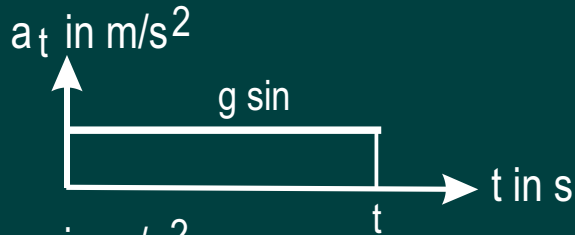
Wie groß ist die Endgeschwindigkeit
beim freien Fall aus der Höhe h ?

Die Lösung steht auf der nächsten
Seite.



Die Erdbeschleunigung g zerlegen
in die Normalbeschleunigung a_n
und die Tangentialbeschleunigung a_t





Lösung für Aufgabe 5

$$a_t = g \sin$$

$$a_n = g \cos$$

$$v = \int a_t dt = g t \sin \quad (1)$$

$$s = \int v dt = g \frac{t^2}{2} \sin \quad \text{daraus } t = \sqrt{\frac{2s}{g \sin}} \quad (2)$$

(2) eingesetzt in (1)

$$v = \sqrt{2sg \sin} \quad \text{Geschwindigkeit in "b"} \quad (3)$$

Für den freien Fall gilt in (3): $s \sin = h$

$$v = \sqrt{2gh} \quad \text{Geschwindigkeit beim freien Fall aus der Höhe } h$$

