Diethard Thieme
Skripte zur Baumechanik

Übungen
mit
Lösungen

BM 48

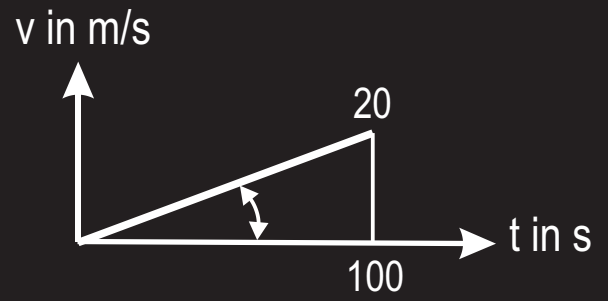
Aufgabe 1

Ein Fahrzeug braucht 100 s, bis es eine Geschwindigkeit von 20 m/s erreicht hat. Der Anstieg der Geschwindigkeit erfolgt linear.

Anfangswerte: $s0 = 0$, $v0 = 0$.

Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme $a(t)$, $v(t)$ und $s(t)$.

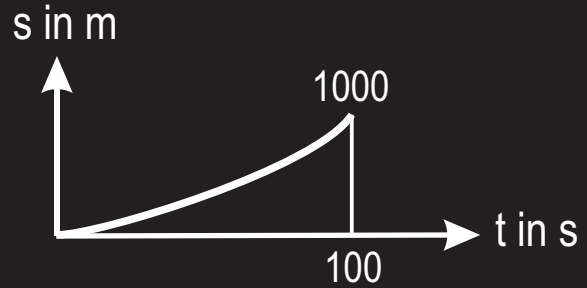
Die Lösung steht auf der nächsten Seite.



Lösung für Aufgabe 1

$$v = c\,t = (\tan\quad)\,t = \frac{20}{100}\,t = 0{,}2\,t$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 0{,}2$$



$$s = \int v\,dt = \int 0{,}2\,t\,dt = 0{,}1\,t^2 + C$$

Bei $t = 0$ ist $s = 0$ daraus $C = 0$

$s = 0{,}1\,t^2$

$s\,(t = 100) = 1000$

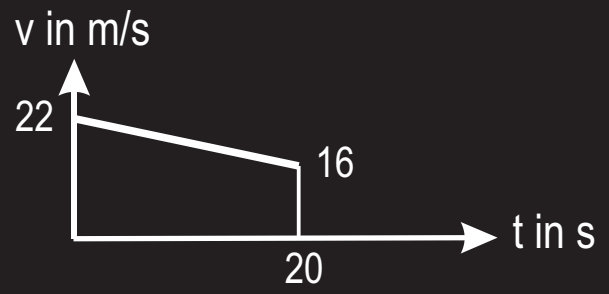
Aufgabe 2

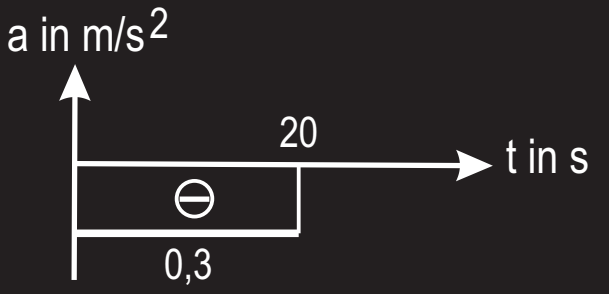
Vor dem Befahren einer Kurve mäßigt ein Fahrzeug seine Geschwindigkeit von 22 m/s auf 16 m/s linear in einer Zeit von 20 s ab.

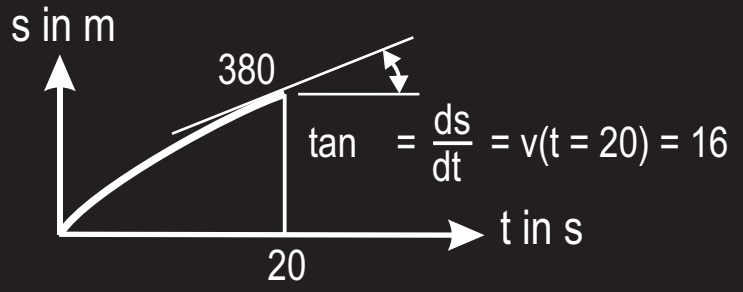
Anfangswert: $s0 = 0$ am Beginn des Bremsvorganges.

Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme $a(t)$, $v(t)$ und $s(t)$.

Die Lösung steht auf der nächsten Seite.







Lösung für Aufgabe 2

$v = c\,t + d$

Bei $t = 0$ ist $v = 22$ daraus $d = 22$

Bei $t = 20$ ist $v = 16$ daraus $c = -0{,}3$

$v = -0{,}3\,t + 22$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0{,}3$$

$$s = \int v\,dt = -0{,}15\,t^2 + 22\,t + C$$

Bei $t = 0$ ist $s = 0$ daraus $C = 0$

$s = -0{,}15\,t^2 + 22\,t$

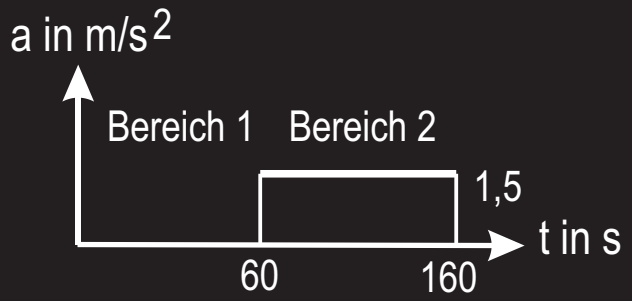
$s\,(t = 20) = 380$

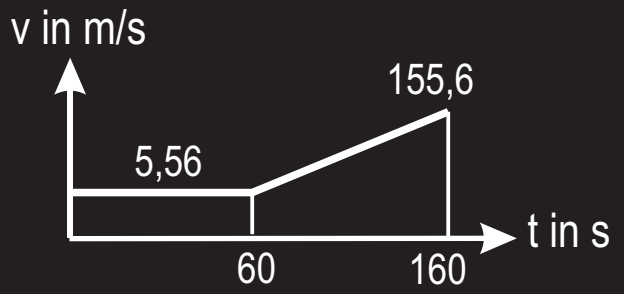
Aufgabe 3

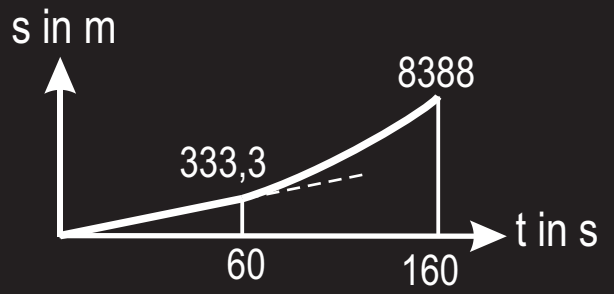
Ein Fahrzeug fährt eine Minute mit einer konstanten Geschwindigkeit von 20 km/h. Nach dieser Zeit wird das Fahrzeug 100 s lang konstant beschleunigt mit $a = 1{,}5\ m/s^2$.

Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme a(t), v(t) und s(t).

Die Lösung steht auf der nächsten Seite.







Lösung für Aufgabe 3

Jeder Bereich beginnt mit t = 0.

Bereich 1: a =0

Bereich 2: a = 1,5

Bereich 1: v = 20 km/h = 5,56 m/s

Bereich 2: $v = \int a\,dt = \int 1{,}5\,dt = 1{,}5\,t + C$

Bei t = 0 ist v = 5,56 daraus C = 5,56

v = 1,5 t + 5,56 daraus v (t = 100) = 155,6

Bereich 1: $s = \int v\,dt = \int 5{,}56\,dt = 5{,}56\,t + C$

Bei t = 0 ist s = 0 daraus C = 0

s = 5,56 t daraus s (t = 60) = 333,3

Bereich 2: $s = \int v\,dt = 0{,}75\,t^2 + 5{,}56\,t + C$

Bei t = 0 ist s = 333,3 daraus C = 333,3

$s = 0{,}75\,t^2 + 5{,}56\,t + 333{,}3$ daraus s (t = 100) = 8388

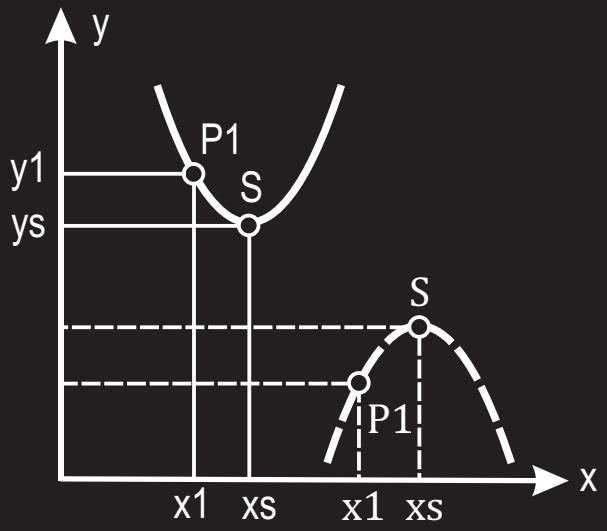
Aufgabe 4

Die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs wird im Verlauf von 3 Minuten parabolisch von 20 km/h auf v = 0 abgemindert.

Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme a(t), v(t) und s(t).

Der Scheitel der Parabel im v-Diagramm liegt am Beginn des Bremsweges.

Die Lösung steht auf den nächsten beiden Seiten.



Allgemeine Formel der Parabel

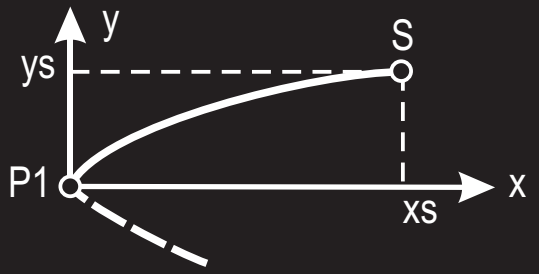
$y = \quad x^2 + \quad x +$

$= \dfrac{y1 - ys}{(x1 - xs)^2}$

$= -2\,xs$

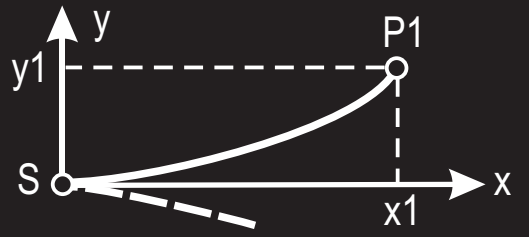
$= ys + \quad xs^2$

Koordinaten von "S" und "P1" mit Vorzeichen einsetzen



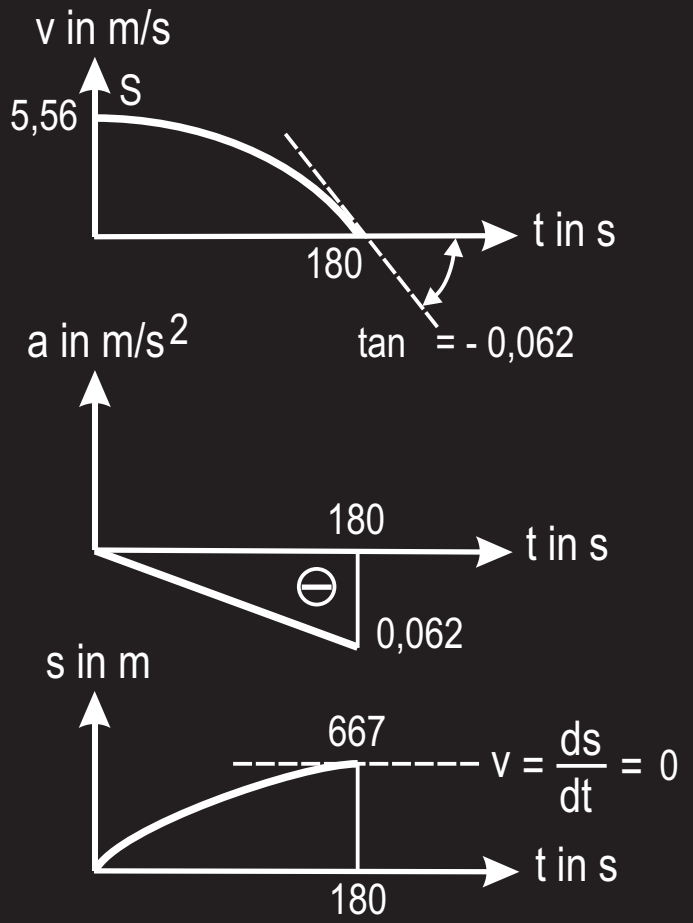
Sonderfall 1: x1 = y1 = 0

$$y = -\frac{ys}{xs^2}\,x^2 + 2\,\frac{ys}{xs}\,x$$



Sondefall 2: xs = ys = 0

$$y = \frac{y1}{x1^2}\,x^2$$



Lösung für Aufgabe 4

$v\ (t = 0) = 20\ km/h = 5{,}56\ m/s$

Nach der allgemeinen Formel für die Parabel

$xs = 0 \quad ys = 5{,}56 \quad x1 = 180 \quad y1 = 0$

$v = -\ 0{,}000171\ x^2 + 5{,}56$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\ 0{,}000342\ t$$

Für t = 180 daraus a = - 0,062

$$s = \int v\ dt = -\ 0{,}000057\ t^3 + 5{,}56\ t + C$$

Bei t = 0 ist s = 0 daraus C = 0

$s = -\ 0{,}000057\ t^3 + 5{,}56\ t$

$s\ (t = 180) = 667$

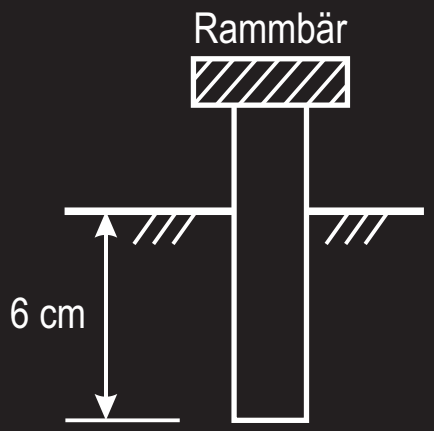
Aufgabe 5

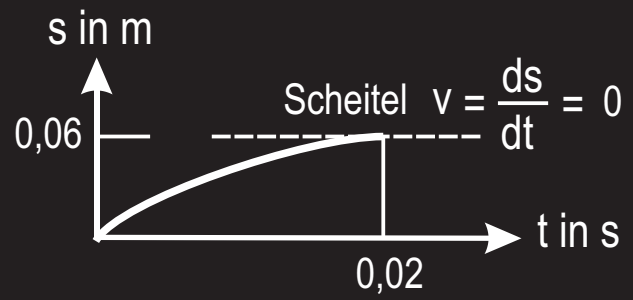
Ein Rammbär bewegt sich nach dem Aufschlag auf den Pfahl zusammen mit ihm noch 0,02 s lang, wobei der Pfahl 6 cm in die Erde rutscht.

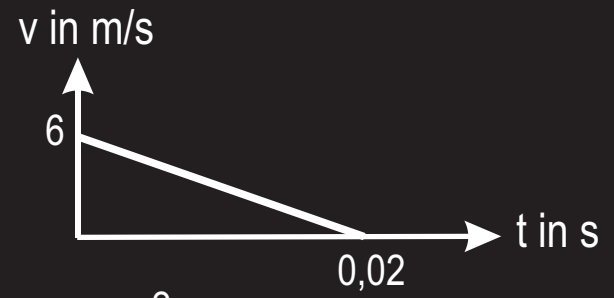
Es ist die Anfangsgeschwindigkeit der Pfahlbewegung zu bestimmen, wenn eine gleichförmige (konstante) Verzögerung angenommen wird.

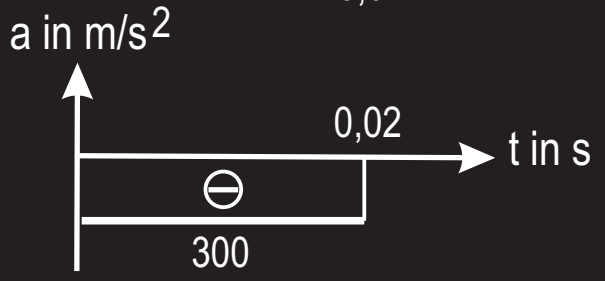
Gesucht: Bewegungsgleichungen und Bewegungsdiagramme a(t), v(t) und s(t).

Die Lösung steht auf der nächsten Seite.









Lösung für Aufgabe 5

Nach der allgemeinen Formel für die Parabel
Sonderfall 1 : x1 = y1 = 0 (siehe Aufgabe 4)

$$s = -\frac{0{,}06}{0{,}02^2}\,t^2 + 2\,\frac{0{,}06}{0{,}02}\,t$$

$$s = -150\,t^2 + 6\,t$$

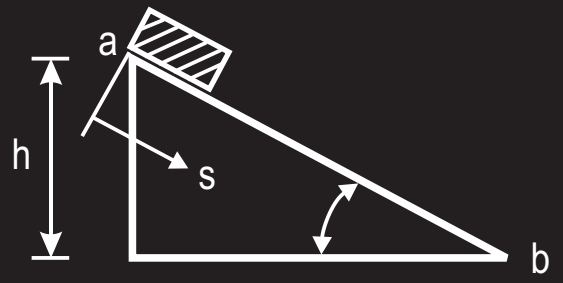
$$v = \frac{ds}{dt} = -300\,t + 6$$

$v\,(t = 0) = 6$ Anfangsgeschwindigkeit

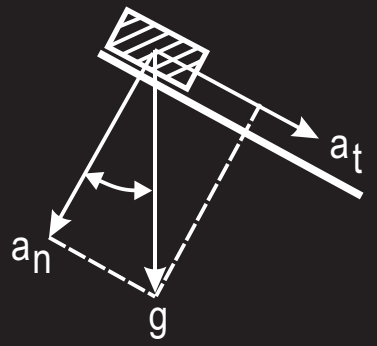
$$a = \frac{dv}{dt} = -300$$

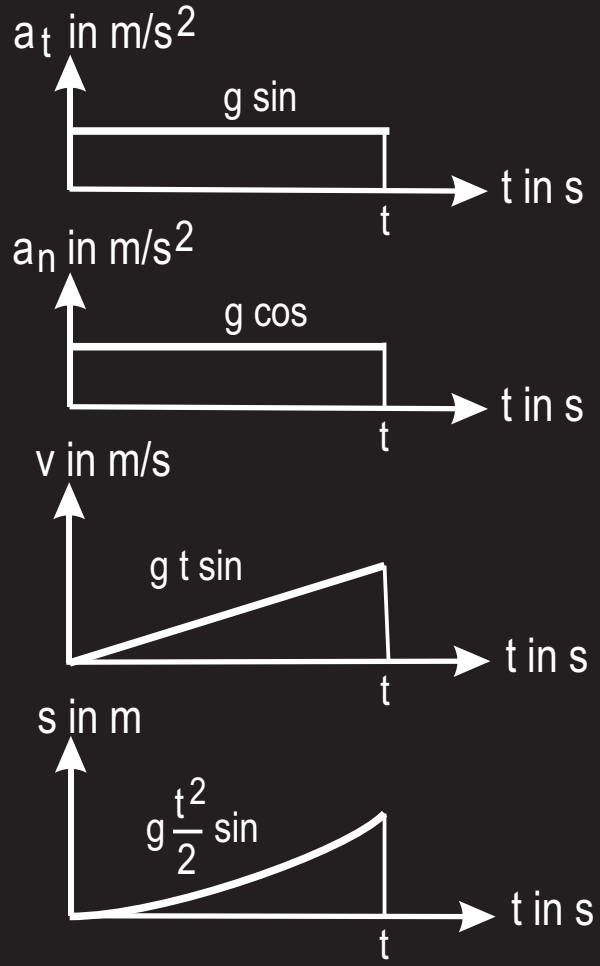
Aufgabe 6

Ein Körper rutscht aus der Ruhelage auf einer schiefen Ebene herunter. Gesucht sind die Bewegungsgleichungen und die Bewegungsdiagramme $a_n(t)$, $a_t(t)$, $v(t)$, $s(t)$ und die Endgeschwindigkeit im Punkt "b". Wie groß ist die Endgeschwindigkeit beim freien Fall aus der Höhe h? Die Lösung steht auf der nächsten Seite.

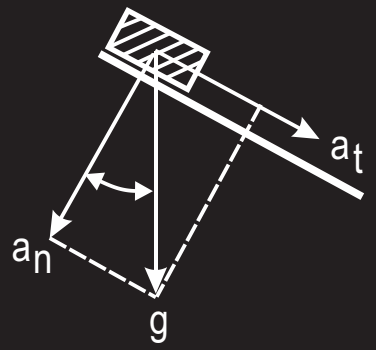


Die Erdbeschleunigung g zerlegen in die Normalbeschleunigung a_n und die Tangentialbeschleunigung a_t





Lösung für Aufgabe 5



$a_t = g \sin$

$a_n = g \cos$

$v = \int a_t \, dt = g\, t \sin$ (1)

$s = \int v \, dt = g \frac{t^2}{2} \sin$ daraus $t = \sqrt{\frac{2s}{g \sin}}$ (2)

(2) eingesetzt in (1)

$v = \sqrt{2sg \sin}$ Geschwindigkeit in "b" (3)

Für den freien Fall gilt in (3): $s \sin = h$

$v = \sqrt{2gh}$ Geschwindigkeit beim freien Fall aus der Höhe h