Diethard Thieme

Skripte
zur Baumechanik

Stabtragwerke

BM 07

6.2 Schnittkraftdiagramme
6.2.1 Funktionen der Schnittkräfte

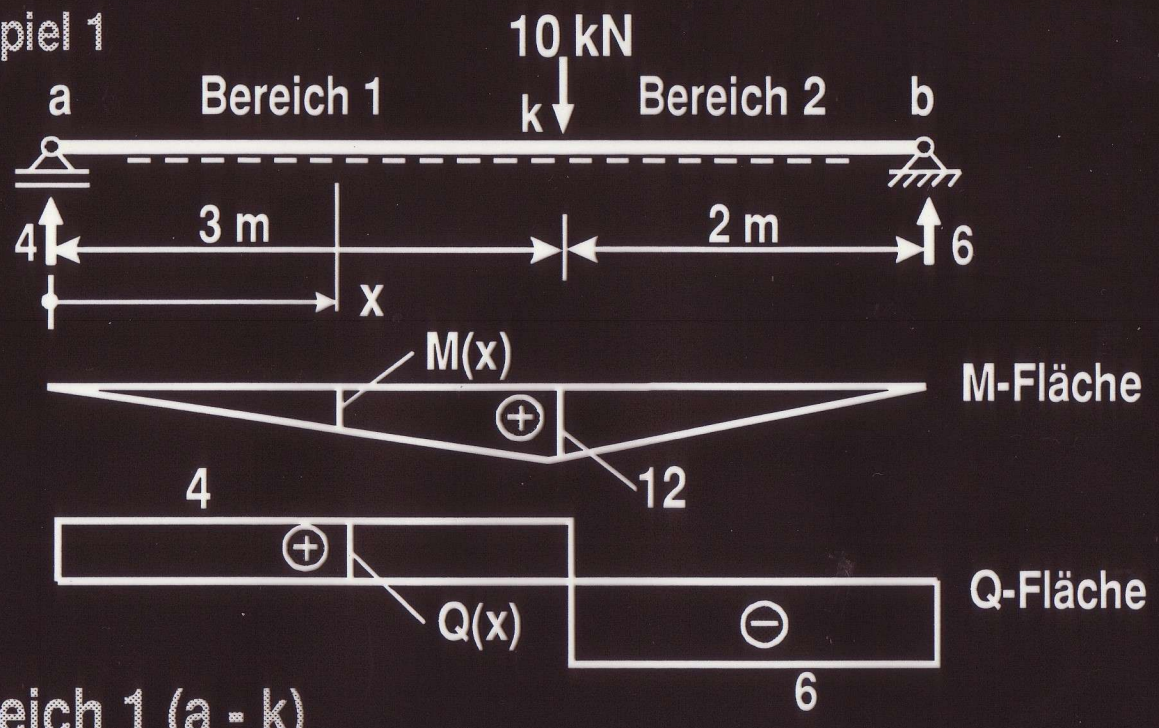
Die Schnittkräfte M, Q und N können in jedem Punkt des Balkens verschieden groß sein.

Sie sind Funktionen von x: M(x) , Q(x) , N(x) (siehe Bilder).

Die grafischen Darstellungen dieser Funktionen heißen Schnittkraftdiagramme (oder Schnittkraftflächen) :

M-Diagramm, Q-Diagramm, N-Diagramm
(M-Fläche, Q-Fläche, N-Fläche).

Beispiel 1



Bereich 1 (a - k)

von links: $M(x) = 4x$

von links: $Q(x) = 4$ (bis links von "k")

Bereich 2 (k - b)

von links: $M(x) = 4x - 10\,(x - 3) = -6x + 30$

von links: $Q(x) = 4 - 10 = -6$ (ab rechts von "k")

Satz 1: Im unbelasteten Bereich ist die M-Linie eine Gerade.

Satz 2: Unter der Einzellast hat die M-Linie einen Knick mit der Spitze in Lastrichtung.

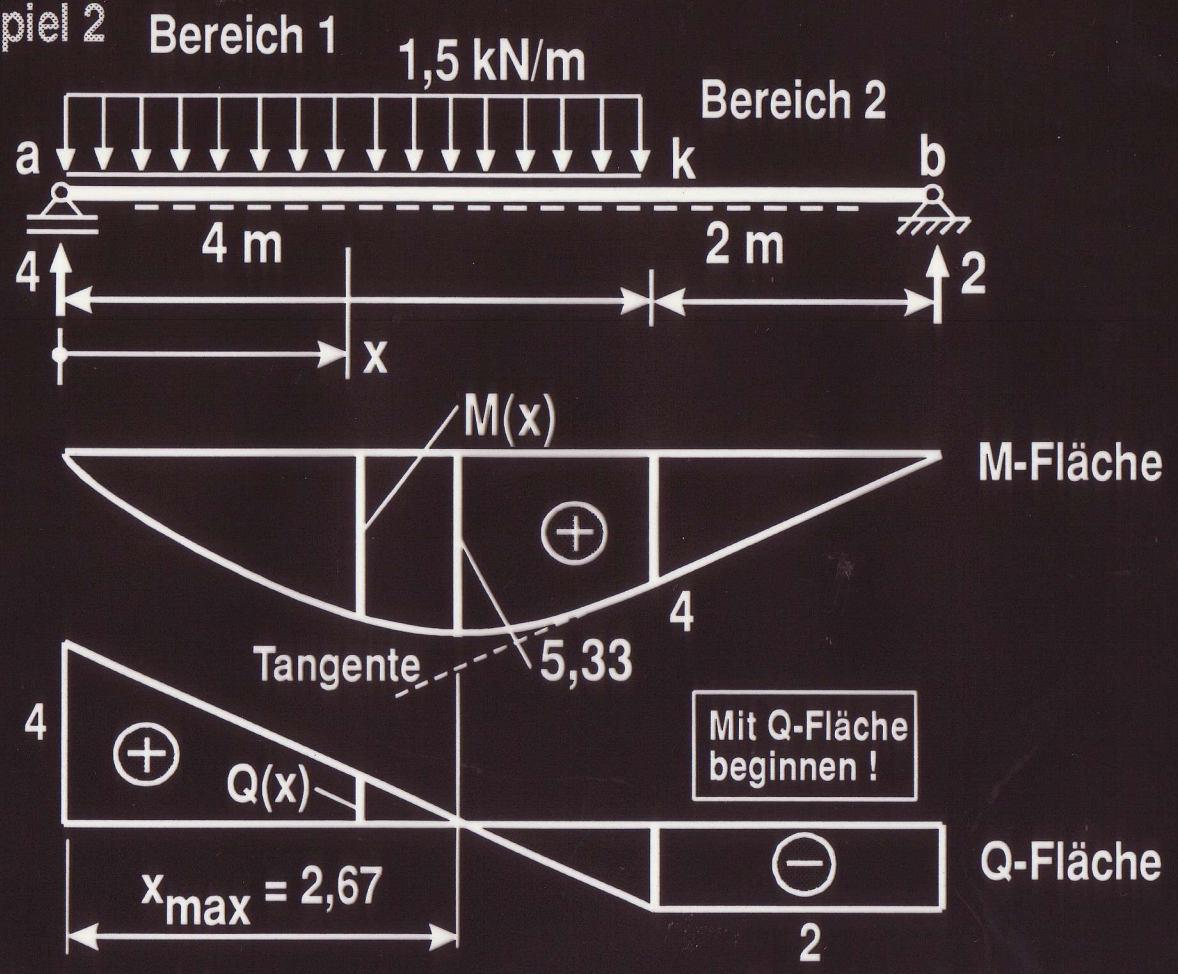
Satz 3: Die positiven M-Ordinaten werden auf der gestrichelten Seite senkrecht zum Stab aufgetragen.

Satz 4: Im unbelasteten Bereich läuft die Q-Linie parallel zum Stab.

Satz 5: Unter der Einzellast hat die Q-Linie einen Sprung um die Größe der Einzellast.

Satz 6: Die positiven Q-Ordinaten werden auf der negativen Zugfaserseite senkrecht zum Stab aufgetragen.

Beispiel 2



Bereich 1 (a - k)

von links: $M(x) = 4x - 1{,}5 * x * x/2$

$M(x) = 4x - 1{,}5 * x^2/2$

von links: $Q(x) = 4 - 1{,}5x$

Bereich 2 (k - b)

von rechts: $M(x) = 2(6 - x)$

$M(x) = 12 - 2x$

von rechts: $Q(x) = -2$

Satz 7: Die M-Linie unter einer konstanten Streckenlast ist eine quadratische Parabel (Bauch zeigt in Lastrichtung)

Satz 8: Die Q-Linie unter einer konstanten Streckenlast ist eine lineare Funktion.

Satz 9: Das Moment M hat einen Extremwert (Maximum oder Minimum) an der Stelle, an der Q = 0 ist (Beweis Abschnitt 6.3.4).

Strahlensatz an der Q-Fläche: $\frac{x_{max}}{4} = \frac{4}{6}$ ---> $x_{max} = 2{,}67$

$M_{max} = 4 * 2{,}67 - 1{,}5 * 2{,}67 * 2{,}67/2 = 5{,}33$

Satz 10: Im M-Diagramm erfolgt der Übergang von der Parabel in die Gerade tangential.

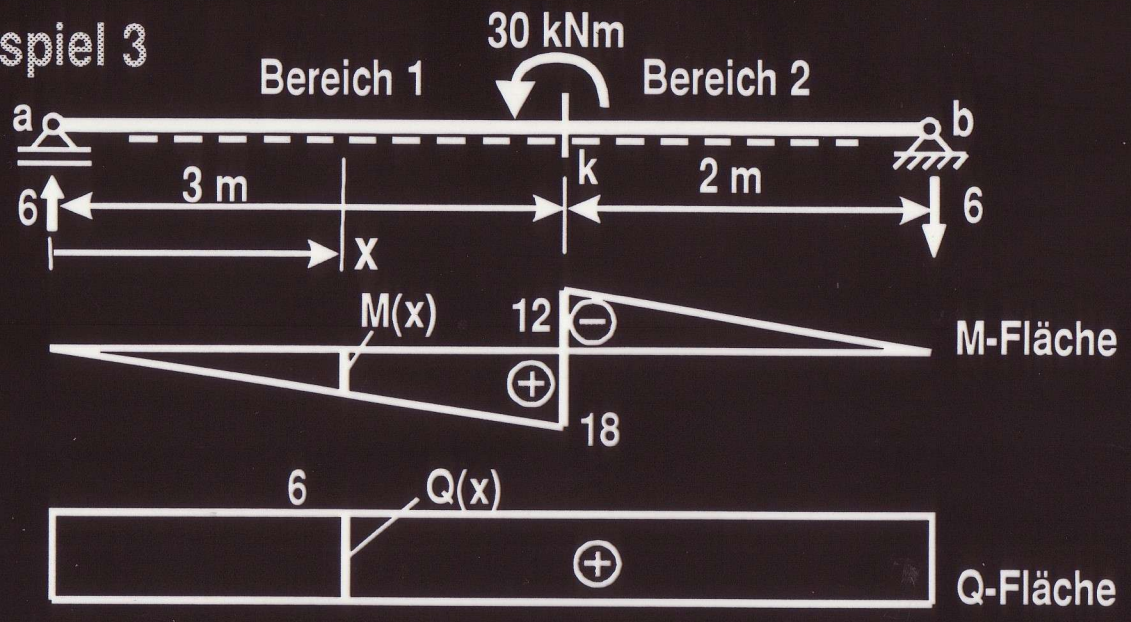
Anstieg der Tangente an die Parabel im Punkt "k" (Bereich 1)

$$\tan \alpha_k = \frac{dM\,(x = 4)}{dx} = 4 - 1{,}5\,\overset{4}{x} = -2$$

Anstieg der Geraden im Punkt "k" (Bereich 2)

$$\tan \alpha_k = -4/2 = -2$$

Beispiel 3



Bereich 1 (a-k)

von links: $M(x) = 6x$ (bis links von "k")
von links: $Q(x) = 6$

Bereich 2 (k-b)

von links: $M(x) = 6x - 30$ (ab rechts von "k")
von links: $Q(x) = 6$

Satz 11: Die M-Linie hat unter einem Einzelmoment einen Sprung um die Größe des Einzelmomentes.

6.2.2 Praktische Berechnung der Schnittkraft-Diagramme

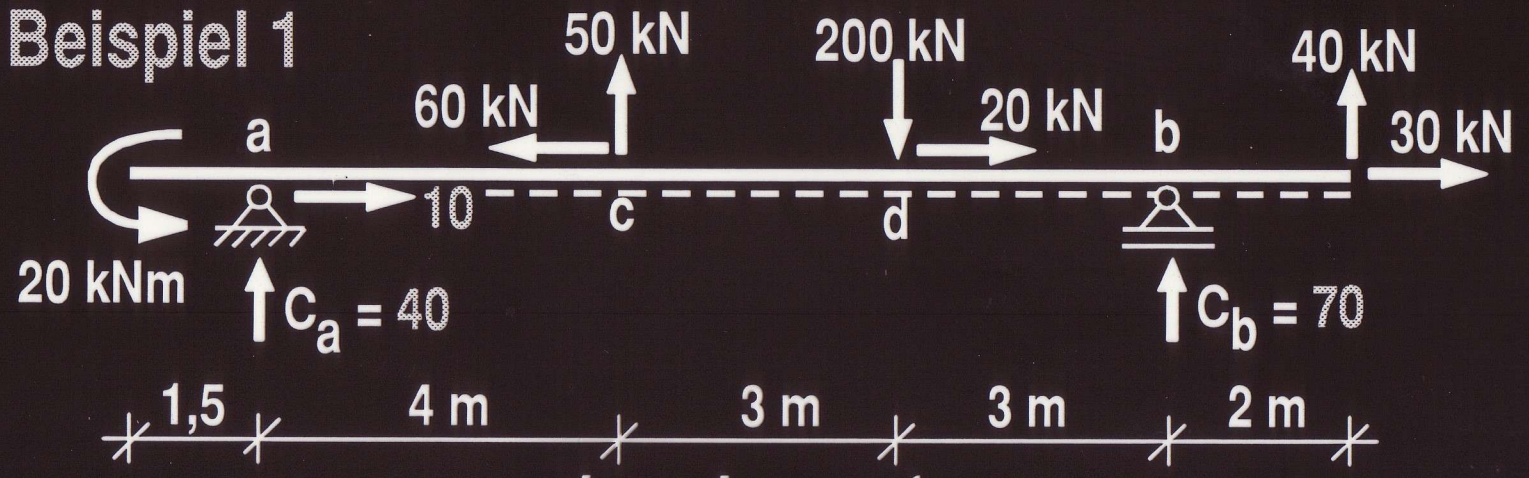
Bei der praktischen Berechnung der SK-Verläufe stellt man nicht die Funktionen für M, Q und N auf, sondern verwendet sofort die Sätze 1 - 14 (12 - 14 kommen noch).

Die SK werden nur an einzelnen, ausgezeichneten Punkten berechnet und die Funktionsverläufe entsprechend der Sätze dazwischen gezeichnet.

Ausgezeichnete Punkte sind:
Knicke, Sprünge und Änderungen der Funktionsverläufe

- beim Übergang der Geraden in eine Parabel
- an den Angriffstellen der Einzellasten und Einzelmomente
- am Beginn und Ende von Streckenlasten
- in Punkten mit Extremwerten

Beispiel 1



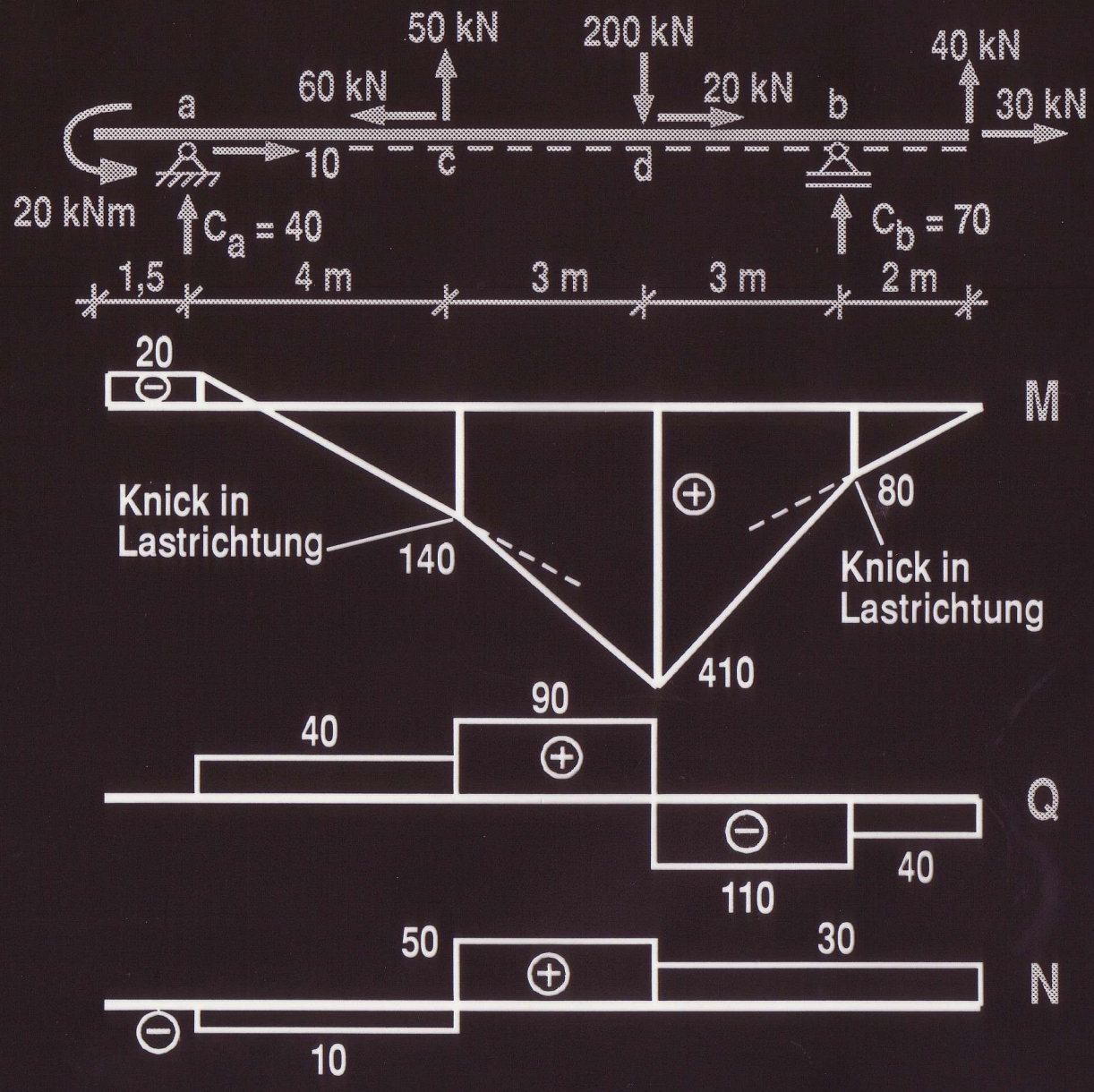
Etwa 20 cm Platz lassen für M, Q und N

$$C_a = \frac{1}{10}\,(20 - 50 \cdot 6 + 200 \cdot 3 + 40 \cdot 2) = 40$$

$$C_b = \frac{1}{10}\,(-40 \cdot 12 + 200 \cdot 7 - 50 \cdot 4 - 20) = 70$$

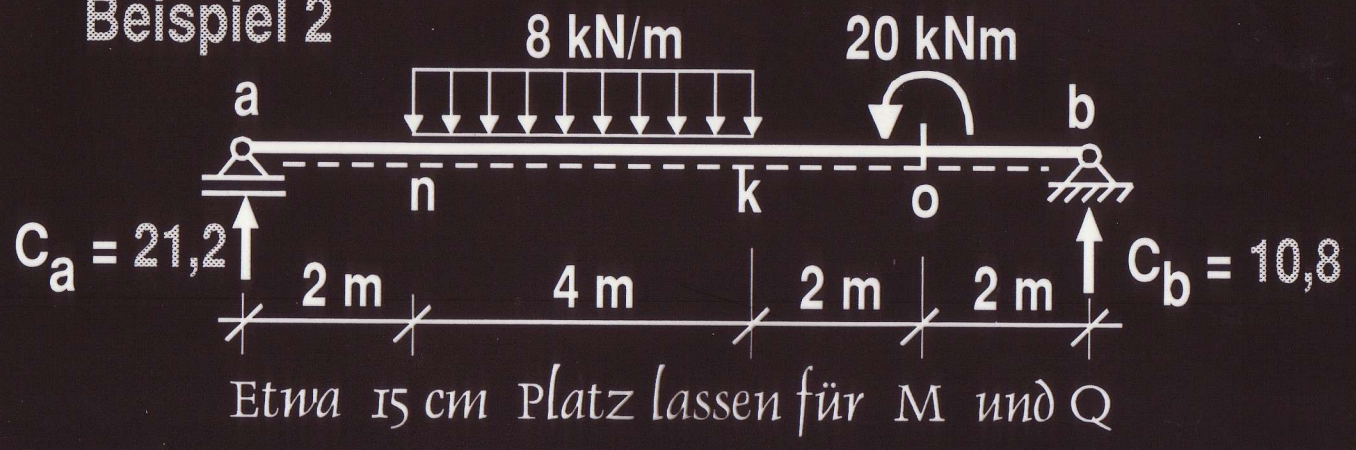
von links: $M_c = -20 + 40 \cdot 4 = 140$

von rechts: $M_d = 40 \cdot 5 + 70 \cdot 3 = 410$



Satz 12:
Unter einer Einzellast in Richtung der Stabachse hat N einen Sprung um die Größe der Einzellast. N wird wie Q aufgetragen, aber entscheidend ist das Vorzeichen.

Beispiel 2



$$C_a = \frac{1}{10}\left[8 \cdot 4\,(2 + 4) + 20\right] = 21{,}2$$

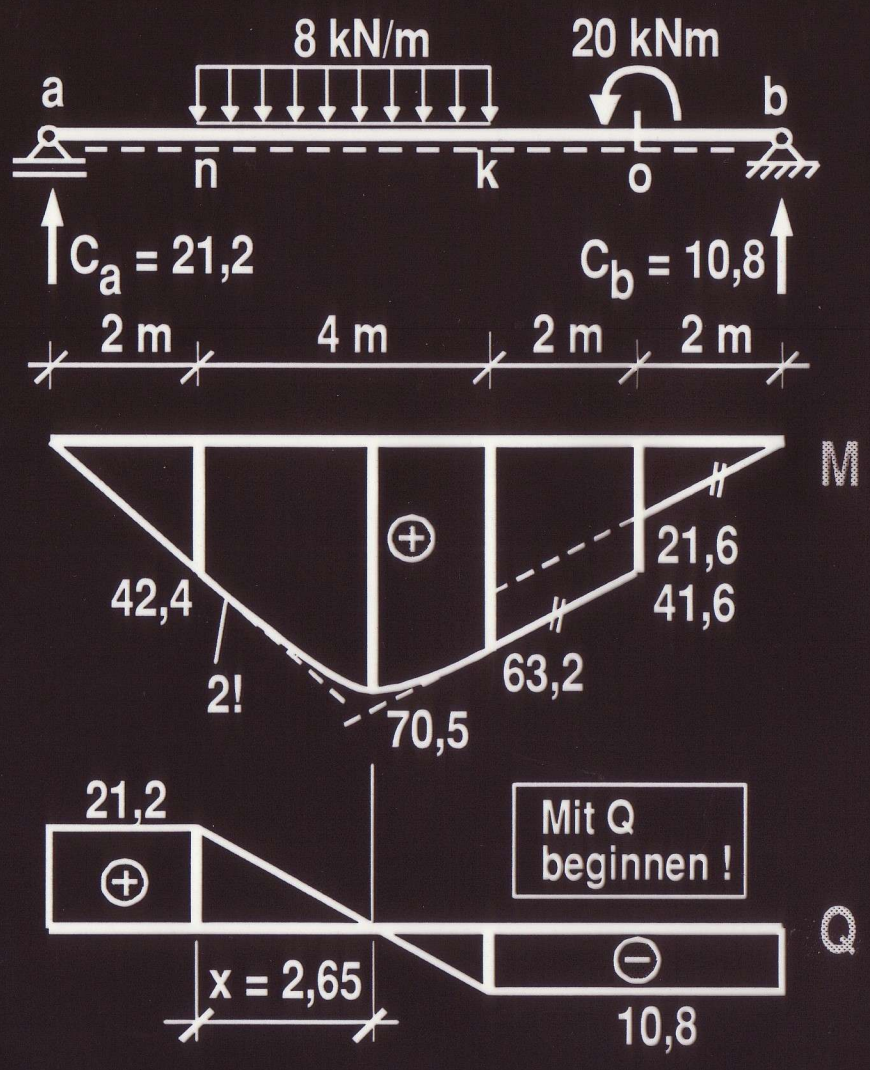
$$C_b = \frac{1}{10}\left[8 \cdot 4\,(2 + 2) - 20\right] = 10{,}8$$

von links: $M_n = 21{,}2 \cdot 2 = 42{,}4$

von rechts: $M_{o,re} = 10{,}8 \cdot 2 = 21{,}6$

von rechts: $M_{o,li} = 10{,}8 \cdot 2 + 20 = 41{,}6$

von rechts: $M_k = 10{,}8 \cdot 4 + 20 = 63{,}2$



Abstand für M_{max}

Strahlensatz am Q-Diagramm

$x / 21{,}2 = 4 / (21{,}2 + 10{,}8)$

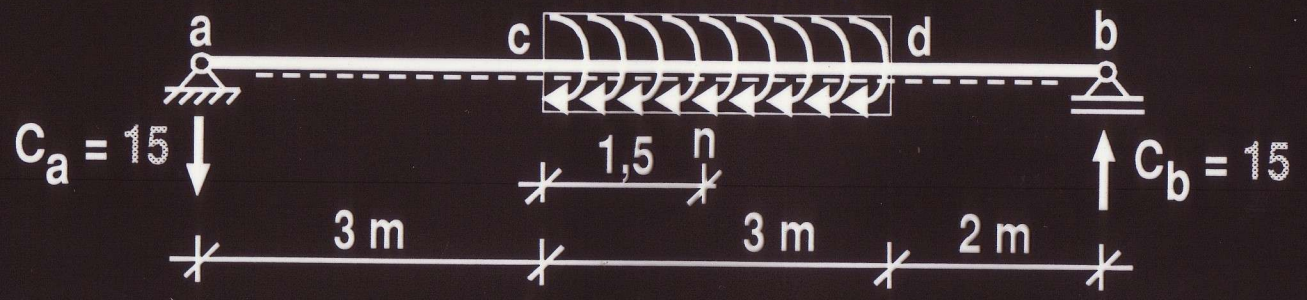
$x = 2{,}65$

$M_{max} = 21{,}2 * (2 + 2{,}65) - 8 * 2{,}65 * 2{,}65/2$

$M_{max} = 70{,}5$

Beispiel 3 m = gleichmäßig verteiltes äußeres Moment

m = 40 kNm/m



Etwa 10 cm Platz lassen für M und Q

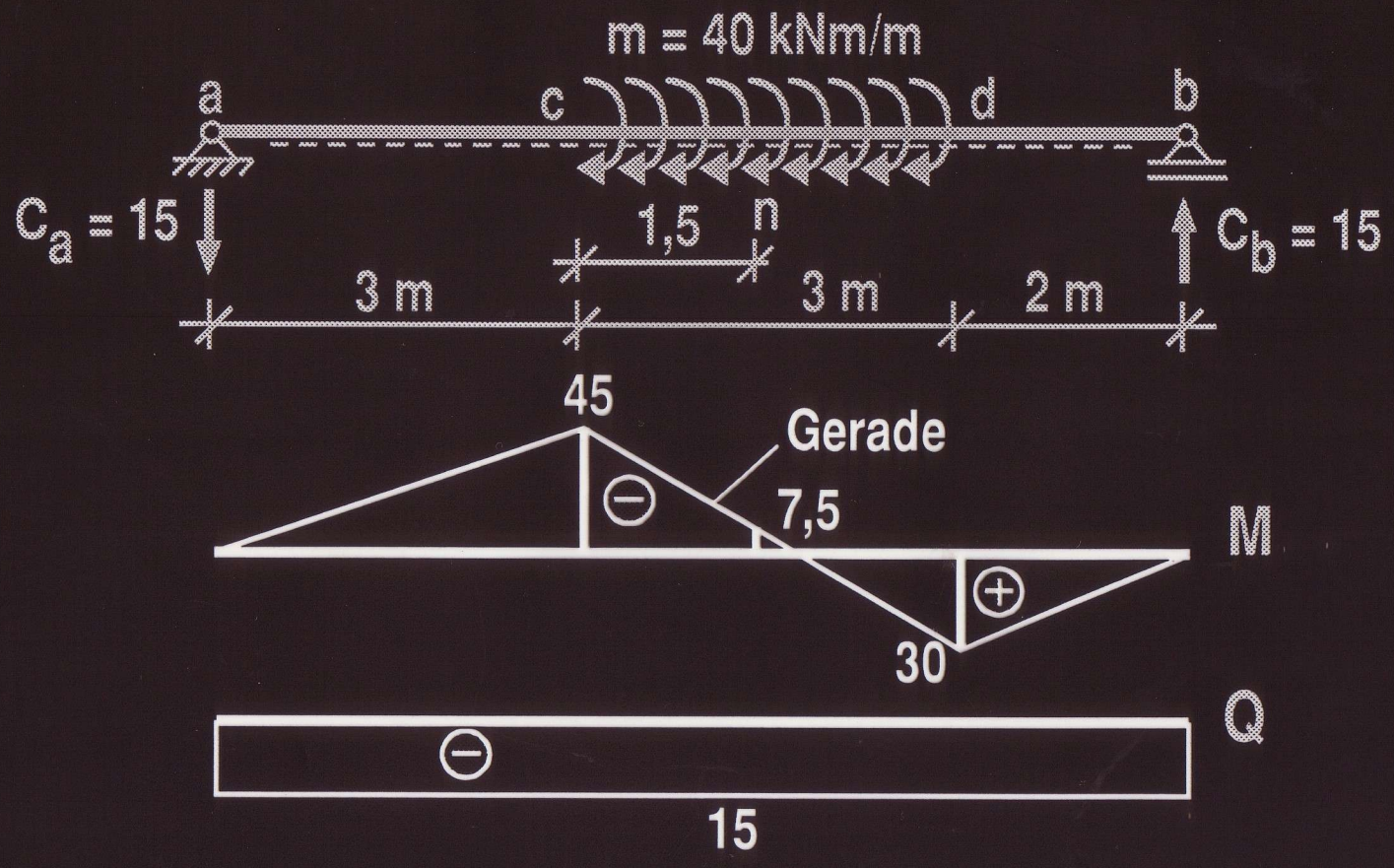
resultierendes Moment aus verteiltem Moment m

$$C_a = \frac{1}{8}\,(\overbrace{40 * 3}) = 15\,, \qquad C_b = \frac{1}{8}\,(40 * 3) = 15$$

von links: $M_c = -15 * 3 = -45$ von rechts: $M_d = 15 * 2 = 30$

Das Moment in einem beliebigen Punkt (z. B. "n")
unter dem verteilten äußeren Moment m :

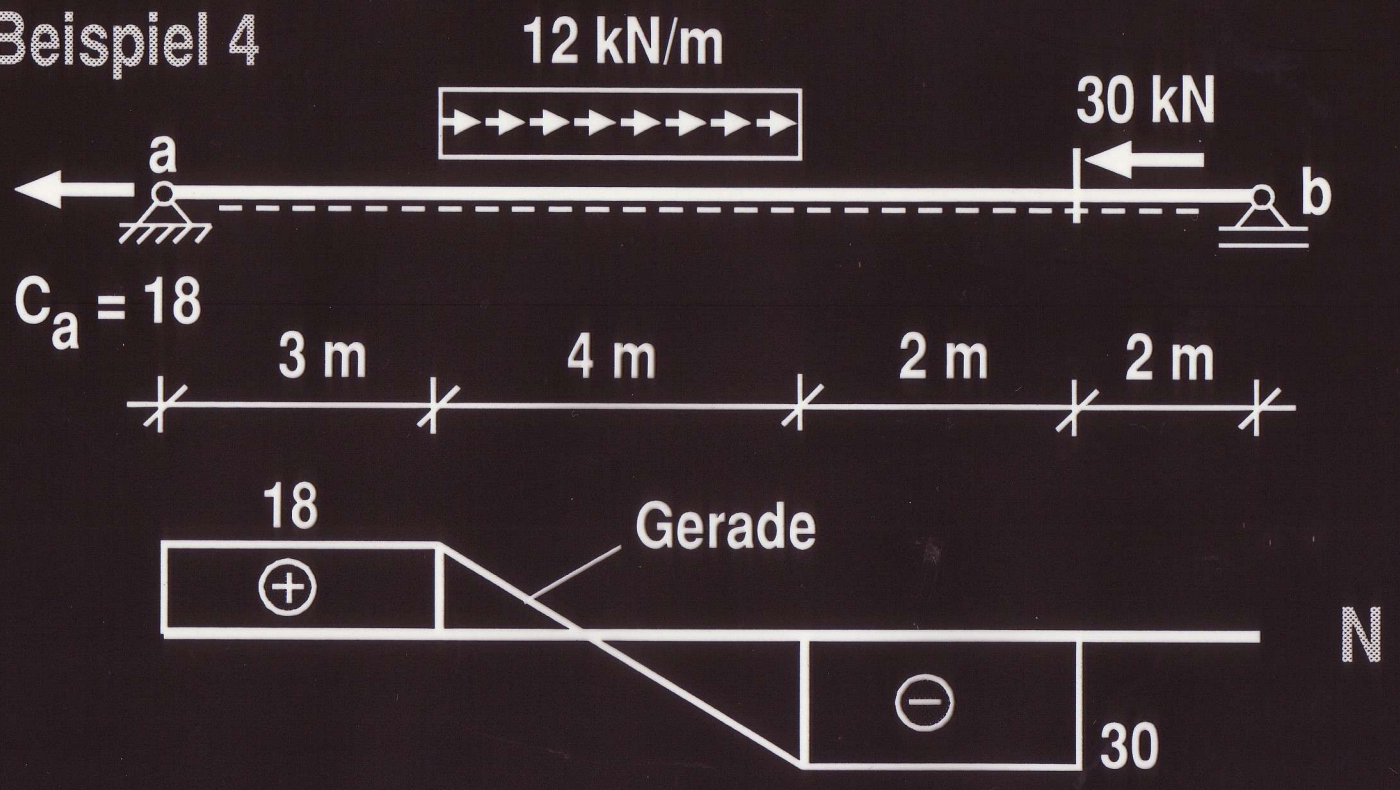
von li: $M_n = -15 * 4{,}5 + \underbrace{40 * 1{,}5}_{\text{resultierendes Moment aus verteiltem Moment m}} = -7{,}5$



Satz 13: Unter einem gleichmäßig verteilten äußeren Moment ist die Schnittkraft M höchstens eine lineare Funktion.

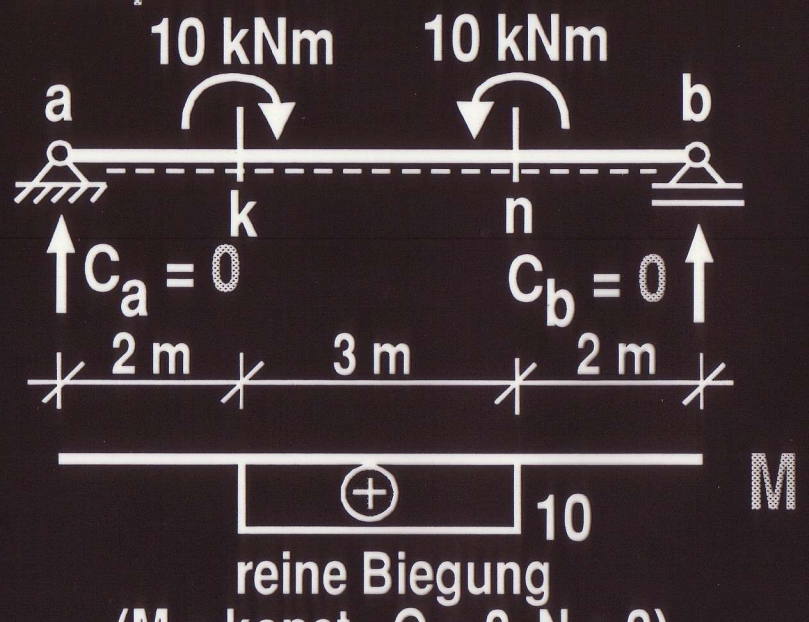
Hausaufagbe: Wie sieht die M-Fläche aus, wenn das gleichmäßig verteilte Moment von Auflager zu Auflager geht ?

Beispiel 4



Satz 14: Unter einer konstanten Streckenlast in Richtung der Stabachse ist Normalkraft *N* eine lineare Funktion.

Beispiel 5



reine Biegung
(M = konst., Q = 0, N = 0)

$C_a = (-10 + 10)/7 = 0$

$M_{k,li} = 0, \quad M_{k,re} = 10$

$M_{n,re} = 0, \quad M_{n,li} = 10$

1. Auch wenn die Stützkräfte Null sind, können doch SK auftreten. Eine Belastung, die SK, aber keine Stützkräfte hervorruft, nennt man eine Gleichgewichtsgruppe.

2. Wenn in einem Stabbereich nur konstante Biegemomente auftreten (kein N, kein Q), dann nennt man diesen Zustand reine Biegung.