Diethard Thieme

Skripte
zur Baumechanik

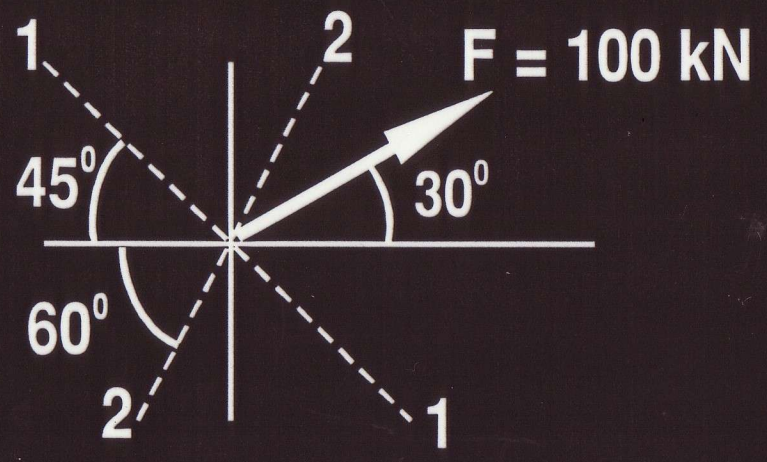
Kraftsysteme

BM 02

2.3.2.3 Zerlegen einer Kraft in zwei Richtungen

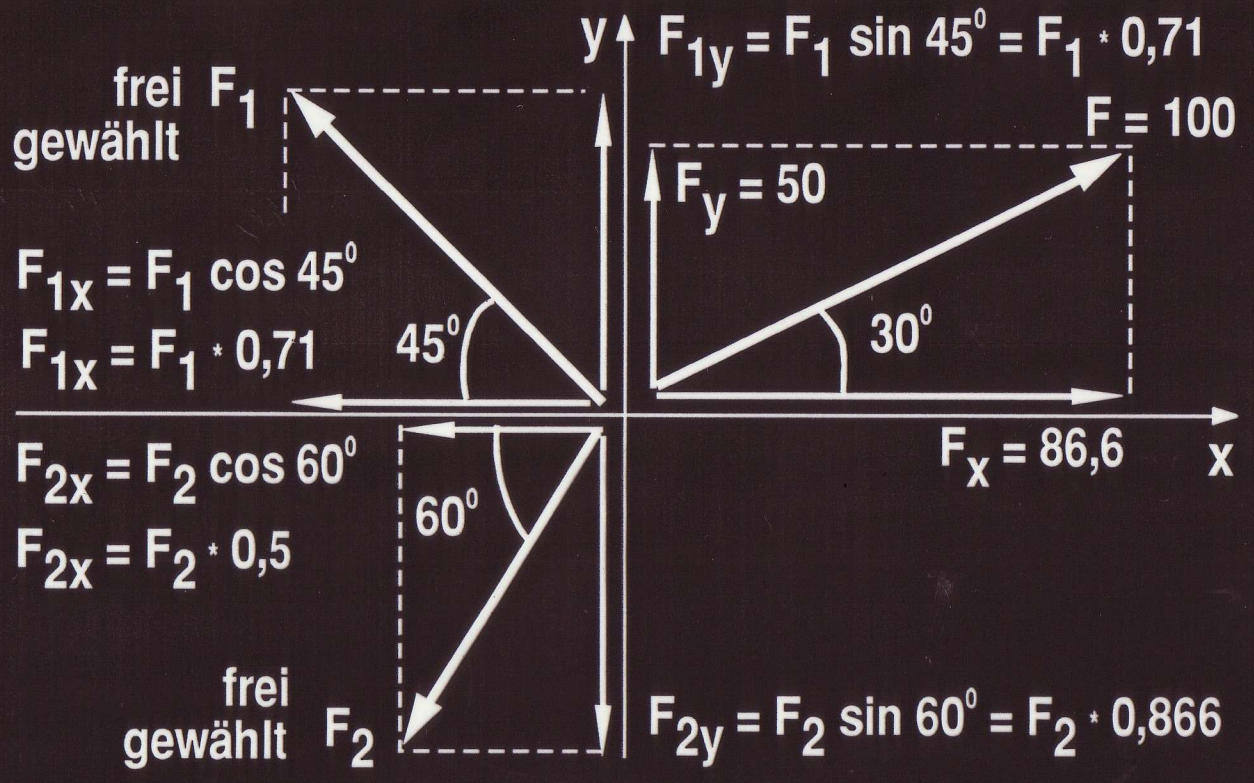
Beispiel

geg.: F und die Richtungen (Winkel) der Kräfte F_1 und F_2



ges.: F_1 und F_2 als Äquivalenzkräfte

Lösung: Richtungssinn (Pfeilspitzen) von F_1 und F_2 frei gewählt (vor Beginn der Berechnung)



Äquivalenzbedingungen

$$\vec{F}_x = -F_{1x} - F_{2x}$$

$$\uparrow F_y = F_{1y} - F_{2y}$$

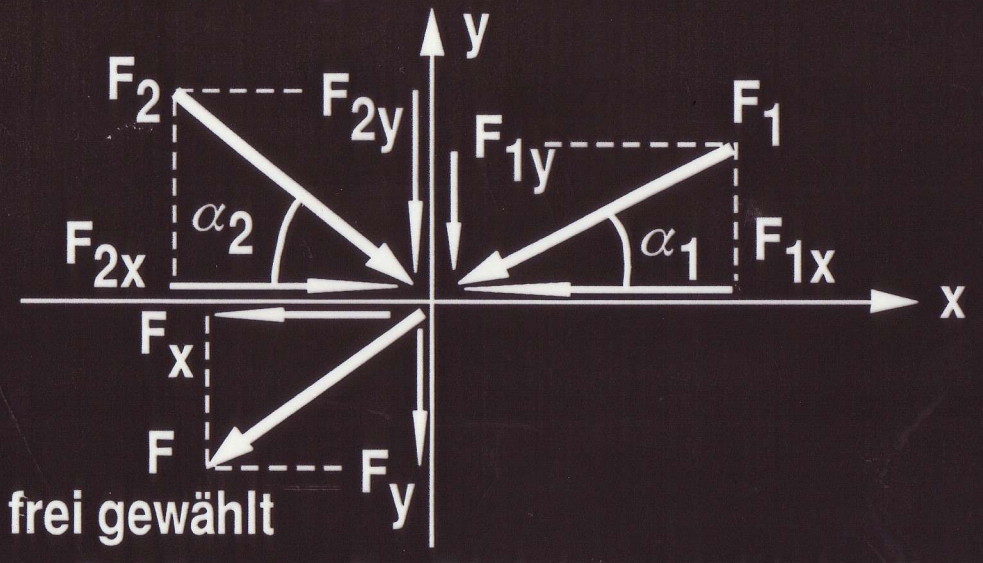
Ersetzen der Komponenten F_{1x}, F_{1y}, F_{2x} und F_{2y} durch die Kräfte F_1 und F_2

$$\left.\begin{aligned} 86{,}6 &= -F_1 \cdot 0{,}71 - F_2 \cdot 0{,}5 \\ 50 &= F_1 \cdot 0{,}71 - F_2 \cdot 0{,}866 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} F_1 &= -51{,}7 \\ F_2 &= -100 \end{aligned}$$

2.3.3 Herstellen des Gleichgewichtes

geg.: F_1 und F_2 im Lageplan (Bauzeichnung)

ges.: Größe, Richtung und Richtungssinn einer Kraft F, die der gegebenen Kräftegruppe F_1 und F_2 das Gleichgewicht hält.



a. Größe von F: Gleichgewichtsbedingungen

$\overleftarrow{\Sigma} K_x = 0$ ----> $F_x + F_{1x} - F_{2x} = 0$ ----> $F_x = \ldots$

$\downarrow \Sigma K_y = 0$ ----> $F_y + F_{1y} + F_{2y} = 0$ ----> $F_y = \ldots$

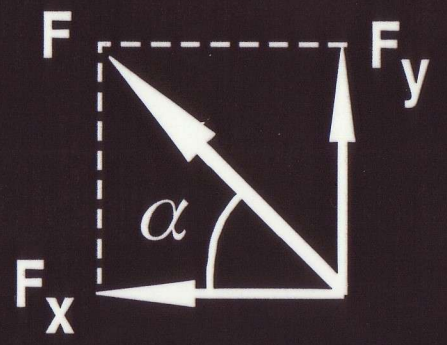
Kennzeichen einer Gleichgewichtsbedingung:

Sämtliche Größen, die bekannten und die unbekannten, stehen auf einer Seite der Gleichung. Auf der anderen Seite steht nur die Null !

Mit bekanntem F_x und F_y folgt: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

b. Richtung und Richtungssinn von F

F_x und F_y mit tatsächlichem Richtungssinn aufzeichnen, z.b., wenn F_y negativ und F_x positiv berechnet wurden:



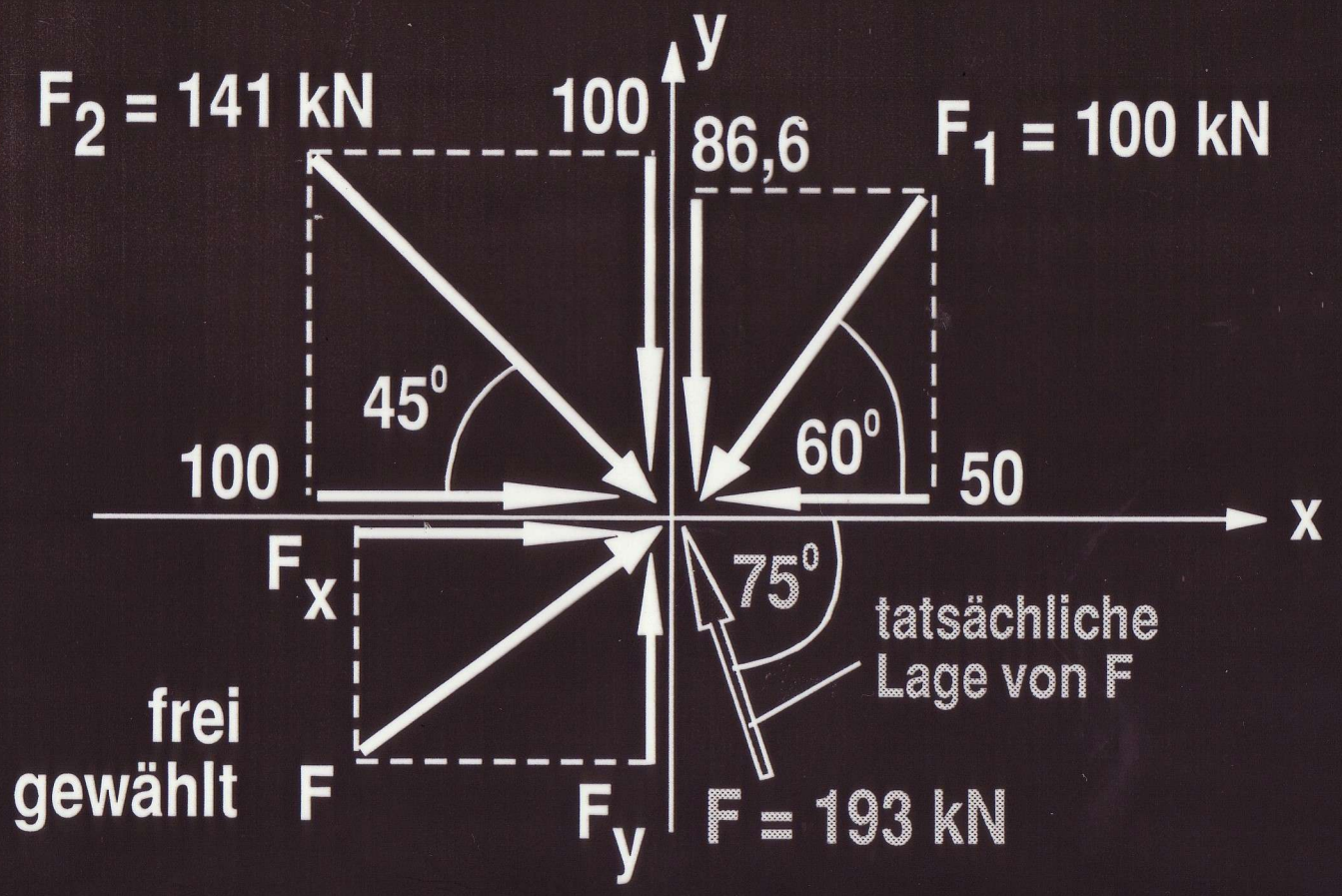
$$\tan \alpha = \frac{|F_y|}{|F_x|}$$

$$\alpha = (0^0 \ldots 90^0)$$

Beispiel

geg.: F_1 , F_2 und deren Winkel

ges.: Gleichgewichtskraft F und deren Winkel



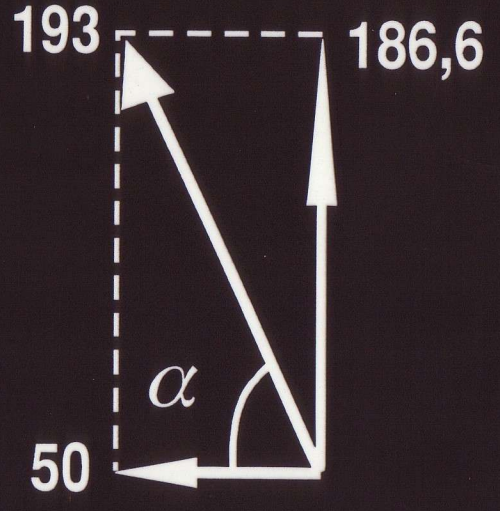
Gleichgewichtsbedingungen

$$\overrightarrow{\Sigma} K_x = 0 \;\text{--->}\; F_x + 100 - 50 = 0 \;\text{--->}\; F_x = -50$$

$$\uparrow \Sigma K_y = 0 \;\text{--->}\; F_y - 100 - 86{,}6 = 0 \;\text{--->}\; F_y = 186{,}6$$

$$F = \sqrt{50^2 + 186{,}6^2} = 193$$

Tatsächliche Richtungen von F_x und F_y auftragen



$$\tan \alpha = \frac{186{,}6}{50} = 3{,}732$$

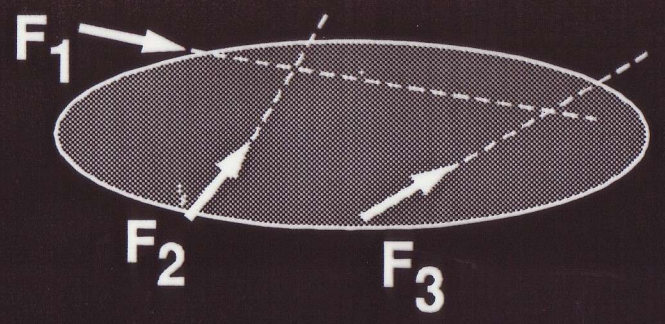
$$\alpha = 75^0$$

Lösung unbedingt in die Aufgabenstellung eintragen !

3 Statik der starren Scheibe (ebenes allgemeines Kraftsystem)

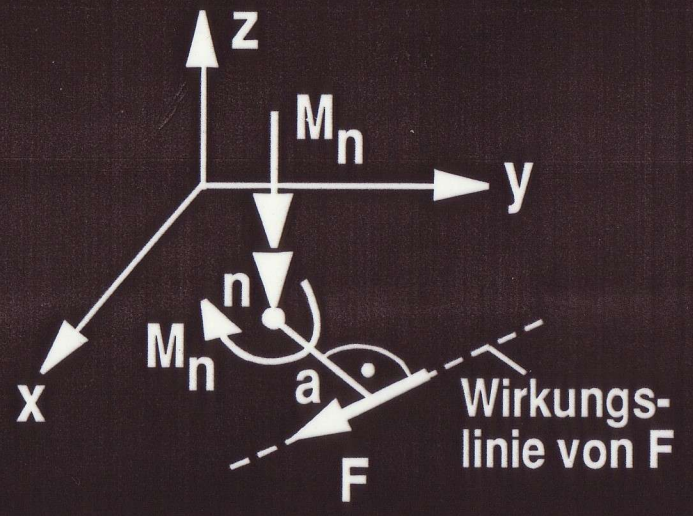
3.1 Definition der starren Scheibe

Es gelten die gleichen Bedingungen wie für die punktförmige Scheibe, aber die Kräfte brauchen sich nicht in einem Punkt zu schneiden.



3.2 Momente

3.2.1 Moment einer Kraft



Moment = Kraft * Abstand (Hebelarm)

$$M_n = F * a$$

a = Lot (senkrechter Abstand) vom Drehpunkt "n" auf die Wirkungslinie der Kraft F. Die Lage des Angriffspunktes der Kraft auf der Wirkungslinie spielt keine Rolle. Der senkrechte Abstand a heißt Hebelarm.

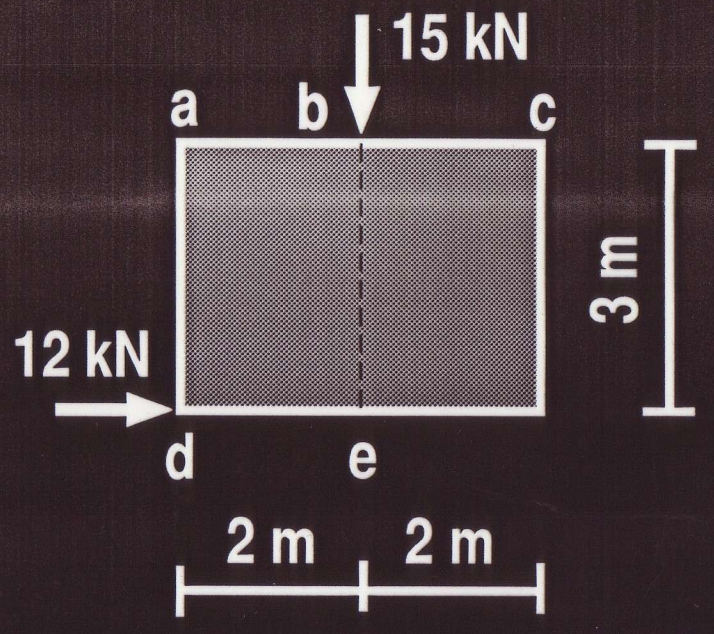
Darstellung des Momentes:
Drehpfeil oder Doppelpfeil

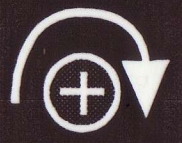
Zuordnung Drehpfeil zum Doppelpfeil:
Blickt man in Richtung des Doppelpfeiles, dann dreht das zugehörige Moment im Uhrzeigersinn um die Achse des Doppelpfeiles (Rechte-Hand-Regel).

Rechte-Hand-Regel

Beispiel

ges.: M_a , M_b , M_c , M_d , M_e





frei gewählt

$M_a = 15 * 2 - 12 * 3 = -6$

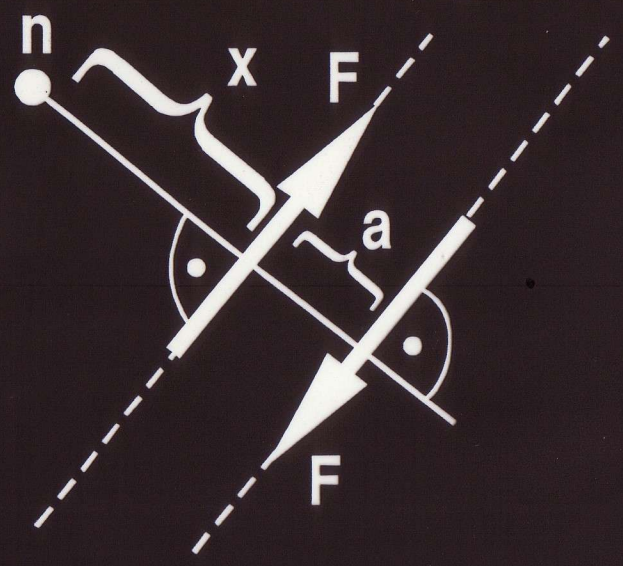
$M_b = -12 * 3 = -36$

$M_c = -15 * 2 - 12 * 3 = -66$

$M_d = 15 * 2 = 30$

$M_e = 0$

3.2.2 Darstellung des Momentes durch ein Kräftepaar



n = beliebiger Punkt

(F,F) = Kräftepaar = zwei gleich große Kräfte, entgegengesetzt gerichtet, mit paralleler Wirkungslinie

$$M_n = F\,(a + x) - F \cdot x = F \cdot a$$

a. Das Moment eines Kräftepaares hat bezogen auf einen beliebigen Drehpunkt "n" immer den gleichen Wert $F \cdot a$, d. h. der Abstand x bis zum Drehpunkt spielt keine Rolle.

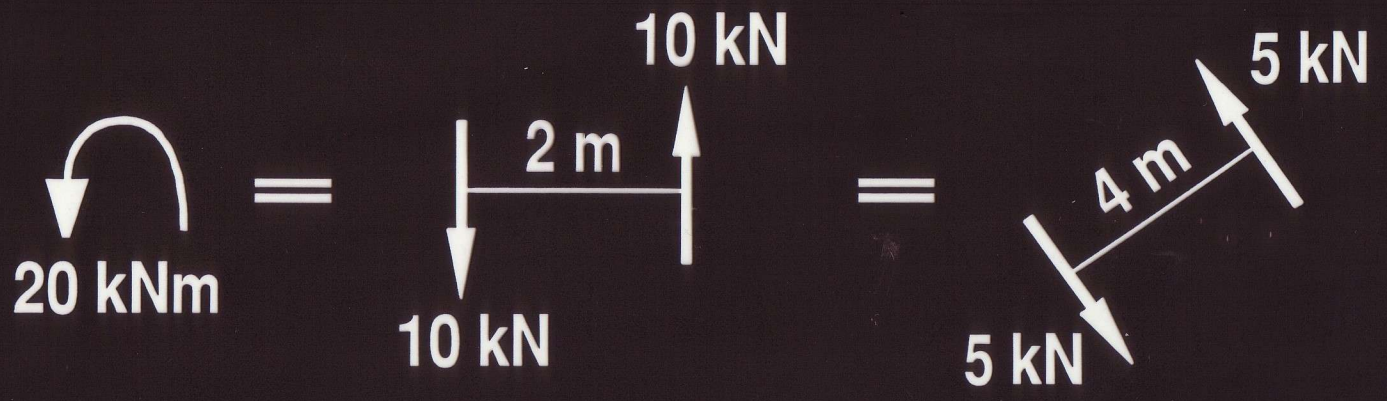
b. Das Moment eines Kräftepaares ist ein freies Moment, da es unabhängig (frei) vom Abstand x ist.

c. Ein Kräftepaar kann somit gleichwertig (äquivalent) durch ein freies Moment dargestellt werden.

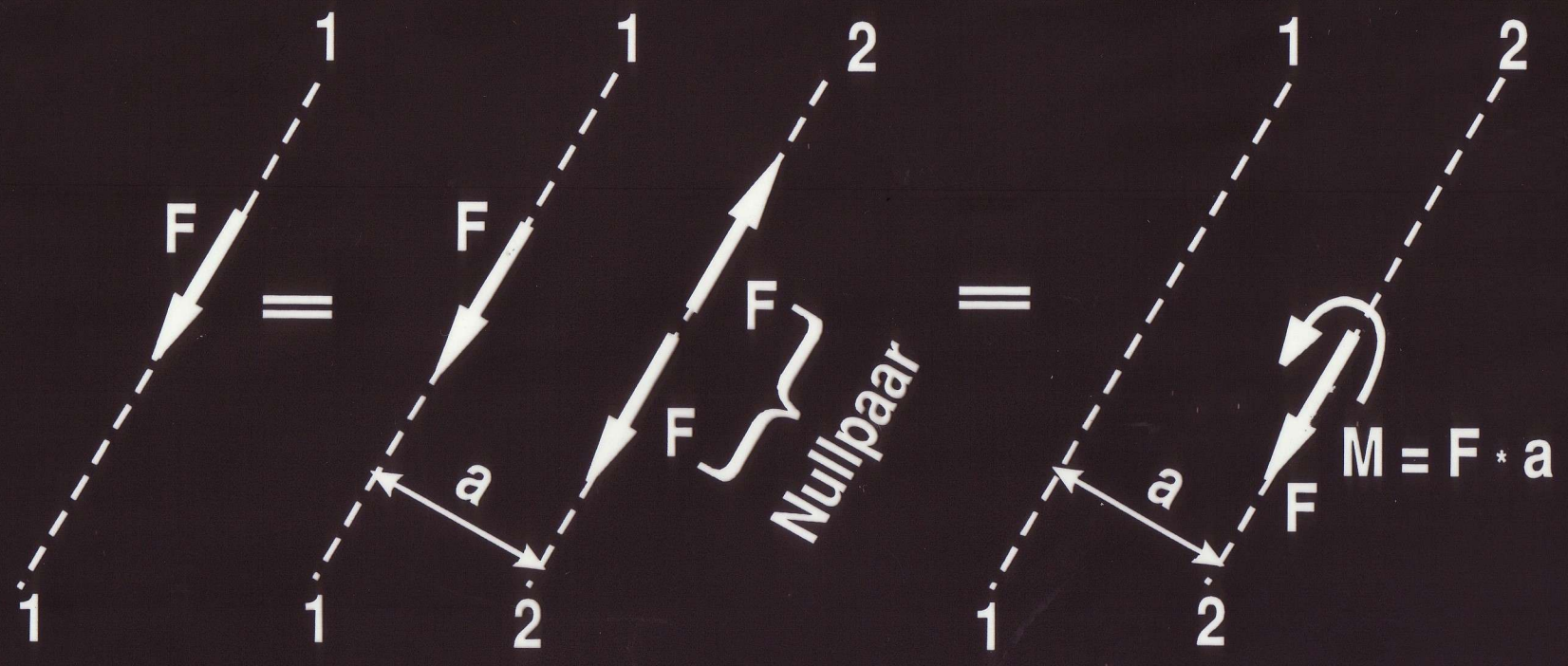
Beispiel

geg.: freies Moment

ges.: äquivalente Kräftepaare

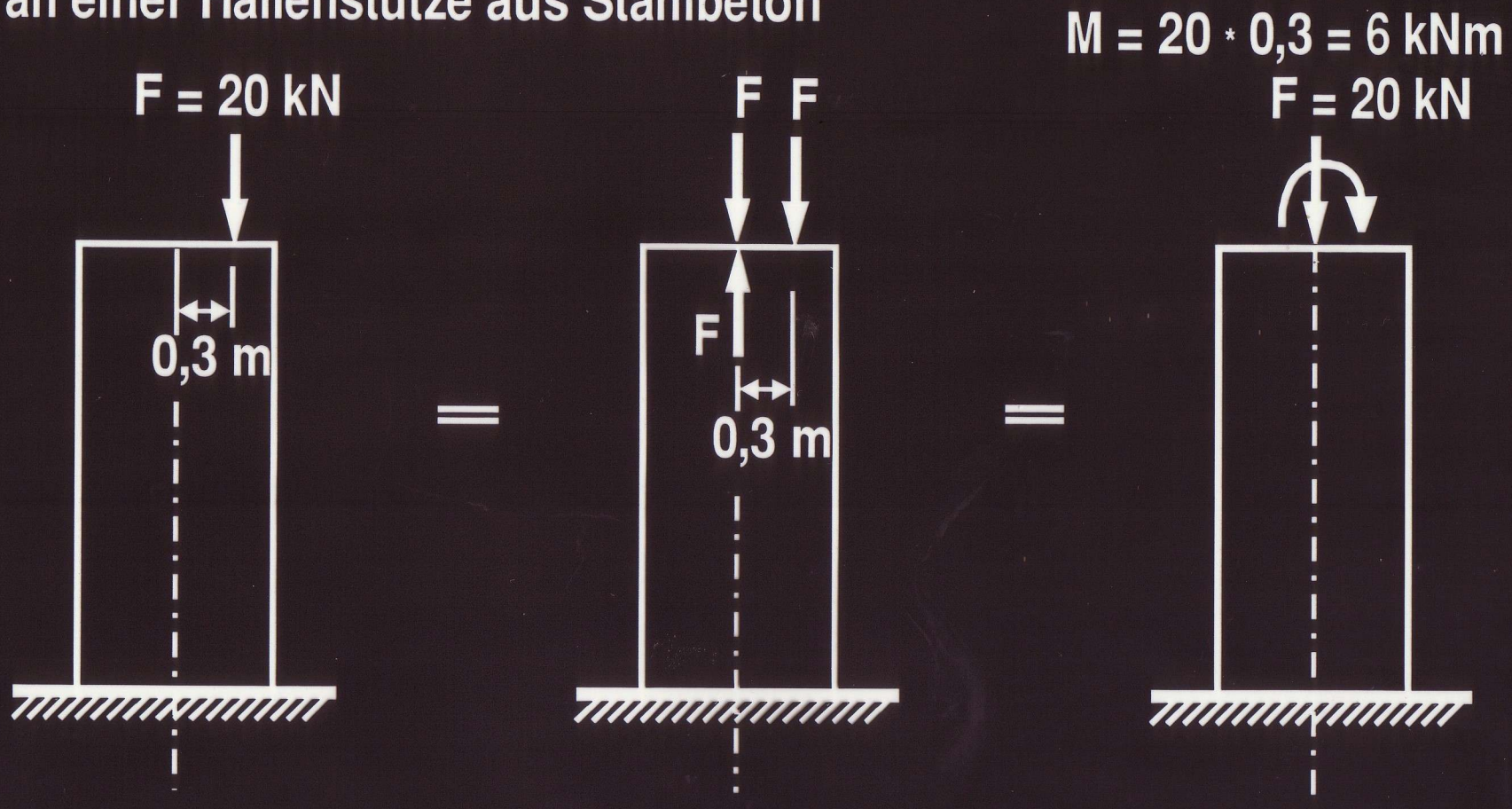


3.2.3 Versetzungsmoment (Versatzmoment)



Eine Kraft kann von ihrer Wirkungslinie auf eine dazu parallele Wirkungslinie verschoben (versetzt) werden.

Dabei entsteht ein zusätzliches Versetzungsmoment (Versatzmoment).

Beispiel

Außermittig angreifende Kraft an einer Hallenstütze aus Stahlbeton